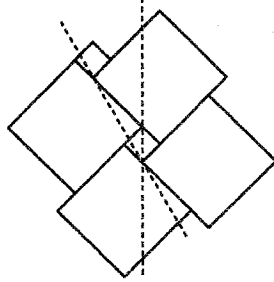


24. Rozważamy wszystkie takie nienulne liczby rzeczywiste x i y , których suma wynosi 2. Ile jest różnica pomiędzy największą i najmniejszą wartością sumy $x^3 + y^3$?

- A) 2 B) 6 C) 8 D) 1 E) 4

25. Płaszczyzny pokrywają kwadraty dwóch wielkości, jak na rysunku obok. Długość boku większego kwadratu jest równa a , a mniejszego b . Przerywane linie (pozioma i ukośna) na tym rysunku tworzą kąt o mierze 30° . Ile jest równy stosunek $a : b$?



- A) $(2\sqrt{3}) : 1$ B) $(2 + \sqrt{3}) : 1$
 C) $(3 + \sqrt{2}) : 1$ D) $(3\sqrt{2}) : 1$ E) $(1 + \sqrt{3}) : 1$

26. Do tablicy, na której wypisano liczby od 1 do 10, podchodzili kolejno uczniowie i każdy z nich zmywał dwie dowolnie wybrane liczby, a na tablicy zapisywał ich sumę pomniejszoną o 1. W pewnym momencie na tablicy pozostała tylko jedna liczba. Liczba ta

- A) jest mniejsza niż 11. B) jest równa 11. C) jest równa 46.
 D) jest większa niż 46. E) jest równa 45.

27. Wartość wyrażenia $(2+3) \cdot (2^2+3^2) \cdot (2^4+3^4) \cdot \dots \cdot (2^{1024}+3^{1024}) \cdot (2^{2048}+3^{2048}) + 2^{4096}$

- jest równa
 A) 2^{2048} B) 2^{4096} C) 3^{2048} D) 3^{4096} E) $3^{2048} + 2^{2048}$

28. Pierwiastek kwadratowy $\sqrt{0,444\dots4}$ zapisany został w postaci nieskończonego ułamka dziesiętnego: $\sqrt{0,444\dots4} = 0, a_1 a_2 a_3 \dots$. Jaka cyfra jest a_{2010} ?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

29. Funkcja f , określona na zbiorze wszystkich dodatnich liczb rzeczywistych i przyjmująca wartości rzeczywiste, spełnia dla każdego $x > 0$ warunek $2f(x) + 3f\left(\frac{2010}{x}\right) = 5x$. Wartość $f(6)$ jest równa

- A) 993. B) 1. C) 2009. D) 1013. E) 923.

30. Dany jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości odpowiednio a i b . Na pierwszej z tych przyprostokątnych wybrano punkt P , a na drugiej punkt Q . Niech K i H będą punktami przecięcia przeciwprostokątnej z liniami do niej prostopadłymi i przechodzącymi odpowiednio przez P i Q . Jaka jest najmniejsza możliwa wartość sumy $|KP| + |PQ| + |QH|$?

- A) $a + b$ B) $\frac{2ab}{a+b}$ C) $\frac{2ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$ D) $\frac{(a+b)^2}{\sqrt{a^2+b^2}}$ E) $\frac{(a+b)^2}{2ab}$



Wydział Matematyki i Informatyki
 Uniwersytetu Mikołaja Kopernika
 w Toruniu

Kangourou Sans Frontières
 Towarzystwo Upowszechniania Wiedzy
 i Nauk Matematycznych

Międzynarodowy Konkurs Matematyczny

KANGUR 2010



Student

Klasy II i III liceów oraz II, III i IV techników

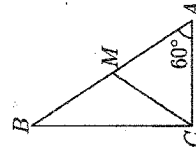
Czas trwania konkursu: 1 godzina 15 minut

Podczas konkursu nie wolno używać kalkulatorów!

Pytania po 3 punkty

- Ile rozwiązań ma równanie $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 0$?
 A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) Nieskończenie wiele.
- Ile istnieje trójkątów o obwodzie równym 7, których wszystkie boki mają długości wyrażające się liczbami całkowitymi?
 A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 7
- Mam dwa naczynia w kształcie szóstokąta: jedno o polu podstawy 4 dm^2 , drugie o polu podstawy 1 dm^2 . Zamierzam napełnić duże naczynie wodą ze strumienia, używając do tego mniejszego naczynia. Ile co najmniej razy muszę pójść do strumienia, aby napełnić większe naczynie?
 A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 16
- Ile spośród czterocyfrowych liczb podzielnych przez 5 ma w zapisie dziesiętnym wszystkie cyfry nieparzyste?
 A) 900 B) 625 C) 250 D) 125 E) 100
- Dyrektor przedsiębiorstwa oświadczył: *Każdy z pracowników naszej firmy ma co najmniej 25 lat.* Później okazało się, że dyrektor nie powiedział prawdy. Oznacza to, że w tej firmie
 A) wszyscy pracownicy mają dokładnie 25 lat. B) wszyscy pracownicy mają więcej niż 26 lat.
 C) żaden z pracowników nie ma 25 lat. D) któryś z pracowników ma mniej niż 25 lat.
 E) któryś z pracowników ma dokładnie 26 lat.

6. Przedstawiony na rysunku obok trójkąt ABC jest prostokątny, punkt M jest środkiem przeciwprostokątnej oraz $|\angle BAC| = 60^\circ$. Jaka jest miara kąta BMC ?



- A) 90° B) 105° C) 112° D) 120° E) 125°

7. Która z poniższych liczb może wyrażać liczbę krawędzi graniastostupa?

- A) 100 B) 200 C) 2008 D) 2009 E) 2010